Radarsignale zwischen zwei bewegten Objekten

Auf dem Hinweg gilt
1. klassischer Doppler-Effekt für mit v_A bewegten Sender in das Ruhesystem und
2. klassischer Doppler-Effekt für mit v_B bewegten Reflektor aus dem Ruhesystem.

$$f_R = f_S \cdot \left(\frac{(c - v_B)}{c + (-v_A)} \right)$$

Daraus folgt unter Beachtung der Zeitdilatation und dadurch zu hoch empfangener Frequenzen

$$f_R = f_S \cdot \left(\frac{\gamma_{v_B}(c - v_B)}{\gamma_{v_A}(c + (-v_A))} \right) = f_S \cdot \sqrt{\frac{(c - (-v_A)) \cdot (c - v_B)}{(c + (-v_A)) \cdot (c + v_B)}}$$

womit man also schon mal bei dem relativistischen Doppler-Effekt landet, wenn man v_A oder v_B 0 setzt.

Auf dem Rückweg gilt
1. klassischer Doppler-Effekt für mit v_B bewegten Reflektor in das Ruhesystem und
2. klassischer Doppler-Effekt für mit v_A bewegten Empfänger aus dem Ruhesystem.

$$f_E = f_R \cdot \left(\frac{c - (-v_A)}{c + v_B} \right)$$

Daraus folgt unter Beachtung der Zeitdilatation und dadurch zu hoch empfangener Frequenzen

$$f_E = f_R \cdot \left(\frac{\gamma_{v_A}(c - (-v_A))}{\gamma_{v_B}(c + v_B)} \right) = f_R \cdot \sqrt{\frac{(c - (-v_A)) \cdot (c - v_B)}{(c + (-v_A)) \cdot (c + v_B)}}$$

womit man ebenfalls wieder beim relativistischen Doppler-Effekt landet, wenn man v_A oder v_B 0 setzt.

Da man bei Beidem v_A oder v_B 0 setzen kann, ergibt sich auch gleich der relativistische Doppler-Effekt aus einem Ruhesystem mit nur einer Geschwindigkeit, z.B. v_L.

$$f_I = f_O \cdot \sqrt{\frac{c - v_L}{c + v_L}}$$

Dass sowohl γ_A als auch γ_B für eine spätere These noch überaus wichtig werden, will ich hier schon mal vorweg nehmen. Ohne diese mathematische Komplexität, käme man vermutlich gar nicht auf die Idee, im relativistischen Doppler-Effekt zwei Lorentz-Faktoren zu vermuten, statt, wie gewohnt, nur Einen.

Insgesamt kommt man also auf

$$f_E = f_S \cdot \frac{\gamma_B(c - v_B)}{\gamma_A(c + (-v_A))} \cdot \frac{\gamma_A(c - (-v_A))}{\gamma_B(c + v_B)} = f_S \cdot \left(\frac{(c - (-v_A)) \cdot (c - v_B)}{(c + (-v_A)) \cdot (c + v_B)} \right)$$

was gleichbedeutend mit

$$f_E = f_S \cdot \sqrt{\frac{(c - (-v_A)) \cdot (c - v_B)}{(c + (-v_A)) \cdot (c + v_B)}} \cdot \sqrt{\frac{(c - (-v_A)) \cdot (c - v_B)}{(c + (-v_A)) \cdot (c + v_B)}} = f_S \cdot \left(\frac{(c - (-v_A)) \cdot (c - v_B)}{(c + (-v_A)) \cdot (c + v_B)} \right)$$

und auch gleichbedeutend mit

$$f_E = f_S \cdot \sqrt{\frac{c - v_L}{c + v_L}} \cdot \sqrt{\frac{c - v_L}{c + v_L}} = f_S \cdot \frac{c - v_L}{c + v_L}$$

ist.

Hartmut Pohl, Hameln 31.07.2020

Nun bringe ich die Frequenzen auf eine Seite der Gleichung und setze die Frequenzverhältnisse gleich und zwar separat für Hin- und Rückweg.

$$\frac{f_R}{f_S}=\frac{f_E}{f_R}=\sqrt{\frac{f_E}{f_S}}=\sqrt{\frac{c-v_L}{c+v_L}}=\sqrt{\frac{(c+v_A)\cdot(c-v_B)}{(c-v_A)\cdot(c+v_B)}}$$

Die ersten Schritte bei der Umstellung der Formel sind Wurzel weg kürzen und über Kreuz multiplizieren. Davon mal ab, wenn man beide Wege insgesamt in die Rechnung einfließen lässt, ist die Wurzel schon gar nicht mehr da. So kommt man also auf

$$(c-v_L)(c-v_A)(c+v_B)=(c+v_L)(c+v_A)(c-v_B)$$

Ausmultipliziert bekommt man links

$$c^3-c^2v_A-c^2v_L+cv_Lv_A+c^2v_B-cv_Av_B-cv_Lv_B+v_Lv_Av_B$$

und rechts

$$c^3+c^2v_A+c^2v_L+cv_Lv_A-c^2v_B-cv_Av_B-cv_Lv_B-v_Lv_Av_B$$

wobei die blauen Elemente wegen der gleichen Vorzeichen aus der Gleichung heraus fallen. Alles Übrige stelle ich in der Gleichung nun so auf, dass links alles mit und rechts alles ohne v_L steht. Um dabei positive Werte zu bekommen, kann man entweder nach korrekter Zusammenstellung beide Seiten mit -1 multiplizieren oder vorher rechte und linke Seite einfach vertauschen – das Ergebnis ist das Selbe

$$2c^2v_L-2v_Lv_Av_B=2c^2v_A-2c^2v_B$$

Links kann man nun $2c^2v_L$ und rechts $2c^2$ ausklammern und das Ganze dann auch gleich durch $2c^2$ teilen

$$v_L\left(1-\frac{v_Av_B}{c^2}\right)=v_A-v_B$$

Als letztes nur noch Alles, was nicht v_L ist von der linken Seite auf die rechte Seite bringen oder kurz gesagt teilen

$$v_L=\frac{v_B-(-v_A)}{1-\frac{v_B(-v_A)}{c^2}}=\frac{v_B+v_A}{1+\frac{v_Bv_A}{c^2}}$$

und „Ich habe fertig“. Für die Herleitung des Lorentzschen Geschwindigkeitsadditionstheorems war kein bisschen Lorentz-Transformation nötig.

Besonders auffällig ist nun

$$f_E=f_S\cdot\frac{\gamma_B(c-v_B)}{\gamma_A(c+(-v_A))}\cdot\frac{\gamma_A(c-(-v_A))}{\gamma_B(c+v_B)}=f_S\cdot\left(\frac{(c-(-v_A))\cdot(c-v_B)}{(c+(-v_A))\cdot(c+v_B)}\right)$$

Hier kürzen sich die Verlangsamungs-Faktoren ohne Weiteres raus und so bleibt sowohl für Hin- als auch Rückweg der klassische Doppler-Effekt für bewegten Sender und bewegten Empfänger übrig, welche vom Betrag her nicht mehr unbedingt identisch sind und das passt haargenau zu den ungleich langen Signalstrecken, die man bekommt, wenn man als Bewegter Geschwindigkeiten mit Radar misst. Bei den beiden gleichbedeutenden Pendants dieser Gleichung in denen die Verlangsamungs-Faktoren aufgelöst und teilweise gekürzt wurden, wie z.B. in

$$f_E=f_S\cdot\sqrt{\frac{c-v_L}{c+v_L}}\cdot\sqrt{\frac{c-v_L}{c+v_L}}=f_S\cdot\frac{c-v_L}{c+v_L}$$

sind die beiden Elemente jedoch stets gleich hoch und das entspricht exakt den gleich langen Signalstrecken, die man bekommt, wenn man als Ruhender Geschwindigkeiten mit Radar misst.

Da das Ganze im Ergebnis keinerlei Unterschied macht, ist hier nun das Dilemma, dass man sich, wie es das Relativitätsprinzip vorschlägt, gleichberechtigt sowohl als Ruhend als auch Bewegt betrachten darf, jedoch muss davon ausgegangen werden, dass die Änderung der Betrachtungsart

ganz sicher nichts am tatsächlichen Verlauf der Signalwege ändert. Das bedeutet, dass man sich so oft per Lorentz-Transformation in ein Ruhesystem transformieren kann, wie man will, die realen Längen zweier Signalwege ändert man dadurch höchstwahrscheinlich nicht. Das bedeutet im Umkehrschluss natürlich, dass das allseits bekannte Relativitätsprinzip seit etwa 400 Jahren in mindestens einer Hinsicht falsch ist, nämlich in der, nach welcher sich jeder gleichberechtigt als ruhend betrachten darf.

Darüber hinaus wäre die Berechnung, um welche Uhren in A oder B bzw. lt. Relativitätstheorie wechselseitig langsamer gehen, über den Lorentz-Faktor, der sich aus der gemessenen Geschwindigkeit v_L ergibt, äußerst fragwürdig, denn eine Uhr in A ginge tatsächlich um den Faktor

$$\gamma = \frac{\gamma_A}{\gamma_B}$$

langsamer und der Rest der Frequenzänderungen ergibt sich durch den klassischen Doppler-Effekt. Sich gleichberechtigt als ruhend zu betrachten, obwohl man eigentlich bewegt ist, führt auf die Art zu falschen Ergebnissen und die Lorentz-Transformation, durch welche dies in der Relativitätstheorie gewährleistet wird, stellt damit sozusagen eine gewisse Zwangssymmetrierung von Inertialsystemen dar, welche bei dem kleinsten Symmetriebruch (z.B. Zwillingsparadoxon) schon gar nicht mehr gegeben ist.

Zuletzt sei auch noch angemerkt, dass sich aus dieser Herleitung des relativistischen Geschwindigkeitsadditionstheorems ganz eindeutig der selbe Gültigkeitsbereich

$$0 \leq v < c$$

ergibt, wie er schon aus Zeit-Weg-Diagrammen hervor geht. Für Geschwindigkeiten v=c ist der Lorentz-Faktor unendlich hoch und da die Lorentz-Faktoren beider Geschwindigkeiten sowohl im Nenner als auch im Zähler der Gleichung stehen, ergibt sich daraus prompt eine undefinierte Geschwindigkeit und nicht etwa c. Sichtbar wird dies auch in Zeit-Weg oder Weg-Zeit-Diagrammen – Signale, die mit c unterwegs sind, werden Objekte, die ebenfalls mit c unterwegs sind niemals erreichen können, bzw. bei sich annähernden Objekten, von denen eines mit c unterwegs ist, nur gleichzeitig mit diesem Objekt beim anderen eintreffen und es überholen und auch das macht eine Messung unmöglich, weil mindestens zwei Impulse benötigt werden, die beim Messobjekt zu unterschiedlichen Zeiten eintreffen müssen.

Hartmut Pohl, Hameln 31.07.2020